AP TES/L **Suites arithmético-géométriques 2**

Ex1 : On donne : $p_0 = 5$ et pour tout entier naturel n : $p_{n+1} = 1{,}5p_n - 2$.
On donne : pour tout nombre entier naturel n : $v_n = p_n - 4$.
1°) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
2°) Exprimer v_n en fonction de n puis p_n en fonction de n.

Ex2 : Un responsable marketing gère un site de vente de livres par Internet. Il désire réaliser une étude statistique de sa clientèle afin de prévoir l'évolution de ses ventes pour les années à venir. Le tableau ci-dessous indique le nombre moyen de connexions par jour, calculé sur une année.

Année	2006	2007	2008	2009
Fréquentation moyenne journalière	2 678	2 879	3 095	3 327

1°) Calculer le taux d'accroissement de la fréquentation entre 2006 et 2007 (arrondir au dixième).
2°) Calculer de même le taux d'accroissement annuel de cette fréquentation sur les années suivantes. Que constate-t-on ?
3°) Par la suite, on suppose que le taux de croissance annuel est de 7,5%.
On note pour tout entier naturel n, u_n la fréquentation moyenne journalière durant l'année $(2006 + n)$. Ainsi $u_0 = 2\,678$.
Modéliser cette situation à l'aide d'une suite dont on précisera la nature.
4°) Exprimer u_n en fonction de n.
5°) En utilisant ce modèle, quelle fréquentation put-on prévoir en 2015 ?
6°) Au cours de quelle année dépassera-t-on le nombre moyen de 6 000 connexions par jour ?

Ex3 : Corinne achète un meuble d'une valeur de 2500 € avec une carte de crédit, au taux mensuel de 1,4%. Elle rembourse ce crédit par un virement mensuel de 112 € en fin de mois. On note u_n le montant restant dû au début du n-ième mois.
Ainsi $u_0 = 2500$.
1°) Calculer le montant u_1 restant dû au début du premier mois, juste après le premier versement. Calculer u_2.
2°) Etablir la relation exprimant u_{n+1} en fonction de u_n.
3°) On pose $v_n = u_n - 8000$, pour tout entier naturel n.
Démontrer que la suite (v_n) est géométrique. En déduire l'expression de v_n en fonction de n, puis de u_n en fonction de n.

Ex4 : Le service clientèle d'un supermarché a organisé une enquête. Il a modélisé la fréquentation du magasin :

- 8000 personnes sont venues faire leurs achats dans ce supermarché au cours du 1er mois.
- Chaque mois suivant, 70 % de la clientèle du mois précédent reste fidèle au magasin et 3000 nouveaux clients apparaissent.

Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n le nombre de clients venus au cours du n-ième mois d'enquête. Ainsi $u_1 = 8000$.

1°) Calculer u_2 et u_3.
2°) Montrer que, pour tout entier naturel n non nul, on a : $u_{n+1} = 0{,}7u_n + 3000$.
3°) On pose $v_n = 10\,000 - u_n$.
Montrer que la suite (v_n) est géométrique. Préciser v_1. En déduire l'expression de v_n en fonction de n.
4°) Exprimer u_n en fonction de n.
5°) Selon ce modèle, calculer le nombre de clients le 12ème mois de l'enquête.
Arrondir ce résultat à l'entier.

Ex5 : Le service commerciale d'un journal a constaté que, chaque année, il enregistre 1000 nouveaux abonnés, mais qu'environ 50 % des abonnements précédents ne sont pas renouvelés. L'objet de cet exercice est d'étudier l'évolution du nombre d'abonnements si cette situation perdure, sachant qu'au cours de l'année écoulée, le journal comptait 4000 abonnés.
Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 4000$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = 0{,}5u_n + 1000$.

1°) Expliquer pourquoi u_n est une approximation du nombre d'abonnés au bout de n années.
2°) Pour tout entier n, on pose $v_n = u_n - 2000$. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,5. Préciser la valeur v_0. En déduire l'expression de v_n en fonction de n. Justifier que pour tout entier n : $u_n = 2000 + 2000 \times 0{,}5^n$.
3°) Quelle est la limite de la suite (u_n) ? Donner une interprétation de cette limite.