

AP TES/L **Fonctions : généralités + convexité**

**Ex 1** : On pose  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 1$  définie sur  $\mathbb{R}$ . A l'aide de la calculatrice, conjecturer l'existence d'un point d'inflexion. Démontrer la conjecture.

**Ex 2** : Dans chacun des cas suivants, calculer  $f''(x)$  et en déduire les intervalles où  $f$  est convexe ou concave et les points d'inflexion éventuels.

1°)  $f(x) = 4x^2 - 16x + 15$

2°)  $f(x) = x^3 + 3x^2 + 7x + 1$ .

3°)  $f(x) = x^4 - 12x^3 + 6x^2 + 4$ .

4°)  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}^*$  par  $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$ .

**Ex 3** : On considère la fonction  $f$  définie sur  $[-4 ; 5]$  par la représentation ci-dessous.



- 1°) Dresser le tableau de signes de  $f$  puis celui de  $f'$
- 2°) Résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \geq 0$ .
- 3°) Sur quel(s) intervalle(s)  $f$  est-elle convexe ?
- 4°) Résoudre graphiquement  $f'(x) = 0$ .
- 5°) Résoudre graphiquement l'inéquation  $f'(x) < 0$ .
- 6°) Résoudre graphiquement l'inéquation  $f''(x) < 0$ .

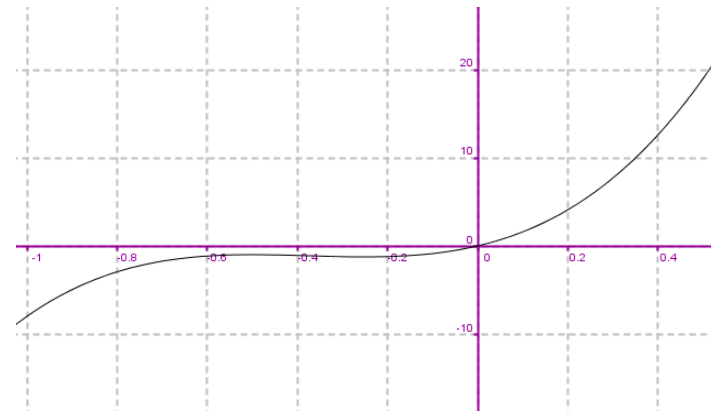
**Ex4** : Une entreprise fabrique des clés USB avec un maximum de 10000 par mois. Le coût de fabrication  $C$  (en milliers d'euros) de  $x$  milliers de clés produites s'exprime par :  $C(x) = 0,05x^3 - 1,05x^2 + 8x + 4$ .

1°) À l'aide de la calculatrice, évaluer la convexité de la fonction  $C$  et l'existence éventuelle d'un point d'inflexion ?

2°) Démontrer ces résultats.

**Ex5** : Isabelle a tracé à l'écran de sa calculatrice la fonction  $f$  définie sur

$[-1 ; 0,5]$  par  $f(x) = 32x^3 + 36x^2 + 12x$ .



Elle en déduit que  $f$  est concave sur  $[-1 ; -0,6]$ , constante sur  $[-0,6 ; -0,1]$  et convexe sur  $[-0,1 ; 0,5]$ .

- 1°) Adapter la fenêtre graphique puis valider ou rectifier sa conjecture.
- 2°) Démontrer les résultats précédents.

**Ex6** : Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -x^4 - 2x^3 - 12x^2 + 8x + 6$ .

- 1°) Conjecturer la convexité de  $f$  à l'aide de la calculatrice.
- 2°) Déterminer le signe de  $f''(x)$  suivant les valeurs de  $x$ .
- 3°) Existe-t-il des points d'inflexion ? Si oui préciser lesquels.